関係データベースの自然な設計の理論 (数学分野の学術情報体系)

AUTHOR(S):

田中, 譲

数理解析研究所講究録
448巻 1982年 83-109

関係データベースの自然な設計の理論

北大 工学部 田中 譲

1. はじめに

従属関係に基づいた関係データベースの論理設計論が，現場でのデータベース設計にそぐわないとの批判が高まる一方で，データベースの巨大化の傾向は，データベースの設計のためのCADシステムの必要性を高めており，論理設計アルゴリズムの確立がますます重要になってきている。

本稿では，データベースの論理設計に於ける理論と実際の間のギャップを埋めることを目指す．現在の論理設計論は，正規化理論と呼ばれる理論に基づいているわけであるが，本来は，正規化理論は単一の関係に適用されるものであった．与えられた関係に対する更新に際して，その手数を減らすために関係を分解し，更新の局所性を高めることを目的として提案されたのが正規化理論であった．それがいつの間にか，関係の集合であるデータベースにも適用されるようになって正規化理論に基づく論理設計論が生まれたのである．正規化理論は単一関係に対して適用可能であることから，これに基づく論理設計論では，データベースを単一の関係と見做すことができるという，実際的な観点からはとうてい認めること

のできないような仮定がなされている。理論と実際の間のギャップはこの仮定に起因する。

本稿では，関係の定義を拡張し，一部の属性の値が与えられていないタプルをも許した関係を半関係と名付け，データベースを単一の関係と見做し得ると仮定するかわりに，単一の半関係と見做し得ると仮定し，半関係に対して正規化理論を再構築し，これに基づく論理設計論を確立する。データベースを単一の半関係と見做し得るとする仮定は，対象データベースに何等の本質的な制約をも課すことにはならない。本稿で述べる論理設計法で設計したスキーマでは，ビュー更新問題も生じ得ないことについても触れる。

2. 従来の正規化理論の問題点

従来の正規化理論に基づいたスキーマ設計論では，データベースが単一の関係と見做され得ることが仮定されていた。この仮定を，"汎関係の存在仮定"と呼んでいる。この仮定が現実的でないことを例を用いて示す。

関数従属関係 B→C が成立すると指定された汎関係 R(A, B, C) が図1(a)のような関係であるとする。スキーマ設計法には分解法と独立成分法の2方法があるが，この場合には，両方共，スキーマとして，

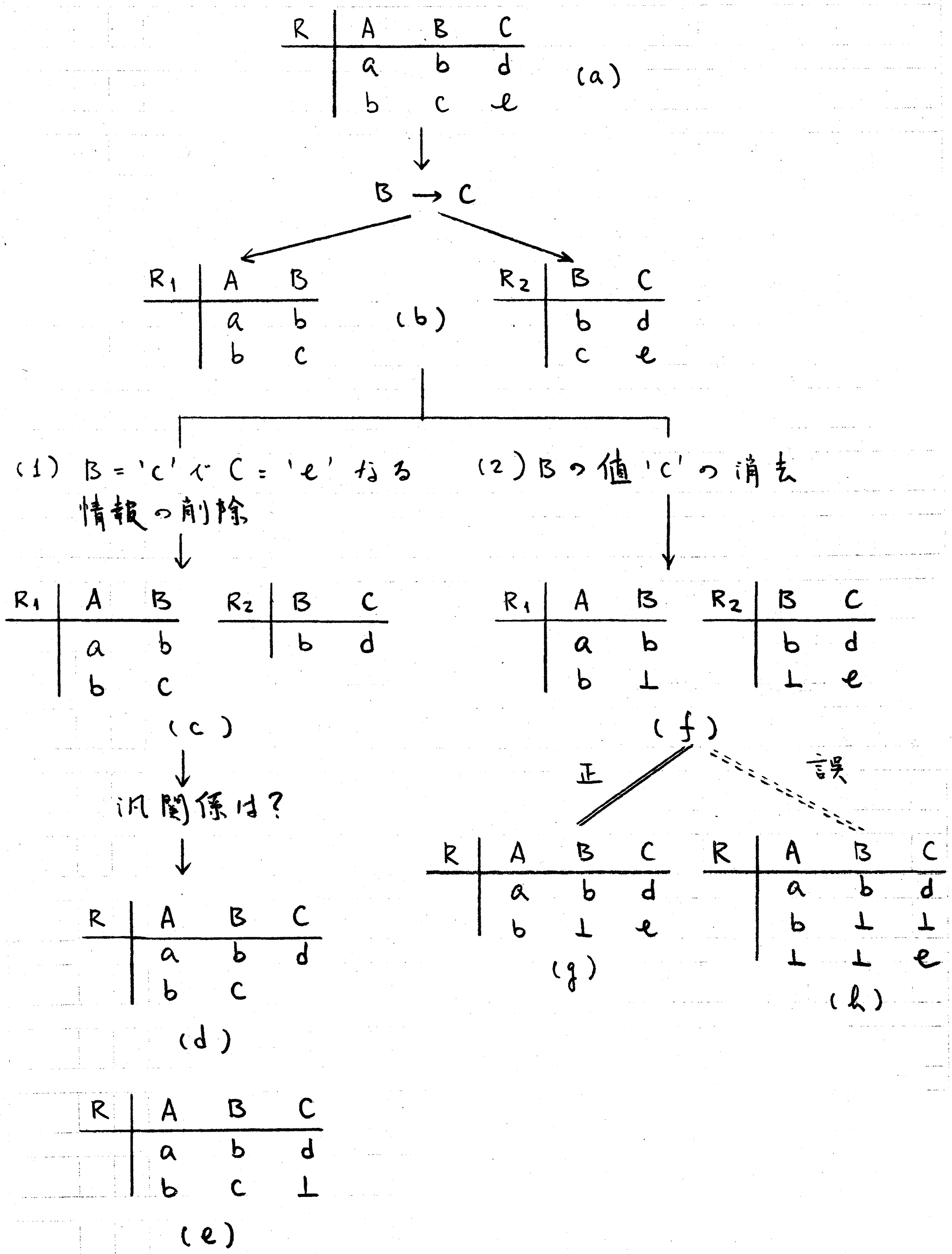

図1. スキーマ上での更新に関する問題.

$$\{(AB;\phi),\ (BC:\{B\to C\})\}$$

を与え，Rは図1（b）に示すようにR_1とR_2に分解される．問題は，このスキーマに対して更新を行う際に生じる．例として2つの更新要求を考える．

（1）B='c'で C='e'なる情報の削除

（2）Bの値'c'の消去

設計されたスキーマの上での（1）の更新は図1（c）のようになり，（2）の更新は（f）のようになる．（1）のような更新では，更新結果（c）に対応する{A, B, C}上の汎関係はもはや存在しない．A, B, Cを列とする表の形にこの結果を表現すると（d）のようになり，一部のタプルの一部の属性の値が与えられないことを許すように関係の定義を拡張しないと，（d）を関係と見ることはできない．値が与えられていない項目は，値"⊥"が与えられているものと見做し，以下では（d）を（e）のように表現する．この更新例より，もともと汎関係の存在仮定を満たしていたデータベースでも，極めて単純な更新によって汎関係を持たなくなることが起こり得ることがわかる．（1）の更新結果（d）で注目すべき他の1点は，更新の結果，タプル（b, c, e）の{A, B}への射影（b, c）は保存

されているが，{A，C}への射影（b，e）は消失している点である．その理由を考えてみると，関数従属関係 B→C を考慮して設計されたスキーマの上での（1）の更新結果が（c）であるとする背景には，

"Bの値が定義されることなくCの値が定義されることはない"

という暗黙の了解が，B→C の定義に含まれているように思われる。

（2）の更新結果は（f）のようになり，タプルの一部に値の与えられない属性が存在することを許したとしても，（f）に対応する汎関係が（g）なのか（h）なのかが定まらない．（a）に直接（2）の更新を行うと（g）になるので，（h）は正しくない．このように，スキーマ上で（2）のような更新を行うと，正しい更新と正しくない更新の区別ができなくなる．この原因は，更新結果（f）の R_2 が，キー一部の値が不定となるようなタプルを含む関係を許してはいけないという，Codd が関係（厳密に言えば，後に定義する半関係）に対して課した条件に抵触しているからである．

（1）の更新例は，汎関係に未定義値が含まれることを許すべきであることを示唆しており，（1）の第2の注目点と，（2）

の更新例は，未定義値の現われ方と，データベースの分解に用いる従属関係とは，独立に取り扱われるべきでないことを示唆している。

現場の設計者に比較的受け入れられているE-Rモデル等では，属性にロールとプロパティの区別があり，ロールのみからなるような属性集合Xに対してのみ $X \to Y$ や $X \twoheadrightarrow Y$ といった従属関係が考えられる。このような従属関係では，Yがプロパティのみの場合には，

"あるタプルにおいて，$A \in Y$ が存在して，このタプルのA属性の値が未定義でなければ，このタプルのX部に未定義値が現われることはない"

という条件が成立している。Yにロールが含まれる場合には，エンティティ間の存在従属関係を考慮し，この場合にも上述の条件が成立するようにしようとするのが最近のE-Rモデルの研究の動きである。

本稿でも，半関係に即した従属関係を定義するのに，上述の条件を従来の定義に付加して考えることにする。このような拡張を行うため，次章では半関係を定義する。

3、半関係

Dを対象世界の可能な値の集合，Ωを属性集合と呼ばれる有限集合とする。集合X，Yに対して，$(X \to Y)$でXからYへのすべての全関数の集合を表し，$P(X \to Y)$でXからYへのすべての半関数の集合を表す。$\mu \in (\Omega \to D)$を(Ω, D)上の（全）タプルと呼び，$\mu \in P(\Omega \to D)$を(Ω, D)上の半タプルと呼ぶ。$\perp \notin D$とし，$\underline{D} = D \cup \{\perp\}$とする。$\mu \in P(\Omega \to D)$に対し，$(\Omega, \underline{D})$上のタプル$\underline{\mu} \in (\Omega \to \underline{D})$を

$$\begin{aligned}\underline{\mu} = \lambda x.\ (\, & x \notin \Omega \to \text{undefined}, \\ & \mu(x) \neq \text{undefined} \to \mu(x), \\ & \text{true} \to \perp \,)\end{aligned}$$

と定義する。$R \subset (\Omega \to D)$なるRを(Ω, D)上の関係と呼び，$r \subset P(\Omega \to D)$なる$r$を$(\Omega, D)$上の半関係と呼ぶ。
$r \subset P(\Omega \to D)$に対して，$\underline{r} \subset (\Omega \to \underline{D})$を

$$\underline{r} = \{\underline{\mu} \mid \mu \in r\}$$

と定義する。(Ω, D)上の関係Rに対し，

$$\omega(R) = \Omega$$

と定義し，半関係rに対しては，

$$\omega(r) = \omega(\underline{r})$$

と定義する。

$\mu \in (\Omega \to \underline{D})$ と $X \subset \Omega$ に対し、

$$\mu|_X = \lambda x.\ (x \in X \to \mu(x),\ \mathrm{true} \to \mathrm{undefined})$$

と定義し、$\underline{r} \subset P(\Omega \to \underline{D})$ に対して、

$$[X]\underline{r} = (X \not\subset \Omega \to \phi,\ \mathrm{true} \to \{\mu|_X \mid \mu \in \underline{r}\})$$

と定義する。

2つの半関係 R と S の有向結合 $\underline{r} \triangleright \underline{S}$ を

$$\begin{aligned}\underline{r} \triangleright \underline{S} = \{\mu \mid\ & \mu \in (\omega(r) \cup \omega(s) \to \underline{D}) \wedge (\mu|_{\omega(r)} \in \underline{r}) \\ & \wedge (\mu|_{\omega(s)} \in \underline{S}) \\ & \wedge\ {}^{\forall}A \in \omega(s) - \omega(r)\ {}^{\forall}B \in \omega(s) \cap \omega(r) \\ & \quad (\mu(A) \neq \bot \supset \mu(B) \neq \bot)\}\end{aligned}$$

と定義し、関係 R, S の自然結合は R * S で表わす。

<u>補題 3.1.</u>

$$[\omega(s)](\underline{r} \triangleright \underline{S}) \subset \underline{S}$$

（証明） $\underline{r} \triangleright \underline{S}$ の定義より明らかである。

4. 自然従属関係

半関係に対して，関係に対する関数従属関係（FD）$X \rightarrow Y$ に相当する従属関係 $X \Rightarrow Y$ と，多値従属関係（MVD）$X \twoheadrightarrow Y$ に相当する従属関係 $X \Rrightarrow Y$ とを以下のように定義し，各々，自然関数従属関係（nFD），自然多値従属関係（nMVD）と呼ぶ。

定義 4.1.

半関係 r と，$X, Y \subset \omega(r)$ に対して，X から Y への存在従属関係 $X \xrightarrow{e} Y$ を，

$$(\underline{r} \text{ sat } X \xrightarrow{e} Y) \text{ iff } {}^{\forall}B \in Y\ {}^{\exists}A \in X\ {}^{\forall}\mu \in \underline{r}$$
$$\mu(A) \neq \perp \supset \mu(B) \neq \perp$$

と定義する。

定義 4.2

半関係 r と，$X, Y \subset \omega(r)$ に対して，

$$(r \text{ sat } X \Rightarrow Y) \text{ iff } (\underline{r} \text{ sat } X \rightarrow Y)$$
$$\wedge ({}^{\forall}A \in Y\ \ \underline{r} \text{ sat } A \xrightarrow{e} X)$$

と定義する。

<u>定義 4.3</u>

半関係 r と，X，$Y \subset \omega(r)$ に対して，

$$(r \text{ sat } X \twoheadrightarrow Y) \text{ iff } (\underline{r} \text{ sat } X \twoheadrightarrow Y) \wedge (\forall A \in Y \ \ \underline{r} \text{ sat } A \xrightarrow{e} X)$$

と定義する。

(Ω, D) 上の関係 R に対して，

$$(R \text{ sat } X \twoheadrightarrow Y) \text{ iff } R = [XY]R * [X(\Omega - Y)]R$$

となるように，自然従属関係についても次の定理が成立する。

<u>定理 4.1.</u>（分解定理）

(Ω, D) 上の半関係 r と，X，$Y \subset \Omega$ に対して，

$$(r \text{ sat } X \twoheadrightarrow Y) \text{ iff } \underline{r} = [X(\Omega - Y)]\underline{r} \triangleright [XY]\underline{r}$$

が成立する。

（証明）省略。

FD，MVD は，よく知られているように，以下の FD1～3，MVD 0～2，FD-MVD 1～2 の公理系を満足し，この公理系の

完全性はBeeri等によって証明されている。[1]

FD 1 (Reflexivity) if $Y \subseteq X$ then $X \rightarrow Y$.

FD 2 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \rightarrow Y$ then $XW \rightarrow YZ$.

FD 3 (Transitivity) if $X \rightarrow Y$ and $Y \rightarrow Z$ then $X \rightarrow Z$.

MVD 0 (Complementation) if $X \twoheadrightarrow Y$ then $X \twoheadrightarrow \Omega - Y$.

MVD 1 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \twoheadrightarrow Y$ then $XW \twoheadrightarrow YZ$.

MVD 2 (Transitivity) if $X \twoheadrightarrow Y$ and $Y \twoheadrightarrow Z$ then $X \twoheadrightarrow Z - Y$.

FD-MVD 1 if $X \rightarrow Y$ then $X \twoheadrightarrow Y$.

FD-MVD 2 if $X \twoheadrightarrow Y$ and $(\Omega - Y) \rightarrow Y$ then $X \rightarrow Y$.

存在従属関係(ED)は以下の公理系を満たす。

ED 1 (Reflexivity) if $Y \subseteq X$ then $X \xrightarrow{e} Y$.

ED 2 (Augmentation) if $Z \subseteq W$ and $X \xrightarrow{e} Y$ then $XW \xrightarrow{e} YZ$.

ED 3 (Transitivity) if $X \xrightarrow{e} Y$ and $Y \xrightarrow{e} Z$ then $X \xrightarrow{e} Z$.

要するに，EDはFDと同じ公理系を満足する。これらの証明はEDの定義より明らかなので省略する。

定理4.2

EDに対する公理系ED1〜ED3は完全である。

（証明）

$\Omega = \{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$とし，$\mathcal{E}$を$\Omega$におけるEDの任意の集合とし，ED 1〜3を用いて$\mathcal{E}$より推論されるEDの集合を$\mathcal{E}^+$で表わす。$\mathcal{E}^+$を$\mathcal{E}$の閉包と呼ぶ。公理系の完全性は，任意の$\mathcal{E}$に対して，$\mathcal{E}^+$に含まれるすべてのEDを満足し，$f \notin \mathcal{E}^+$なるいかなるED:fをも満足しないような$(\Omega, \underline{D})$上の関係の例$\underline{r}$が常に存在することを示すことによって証明される。

各$X \subset \Omega$に対して，

$$X^* = \{B \mid X \overset{\sim}{\to} B \in \mathcal{E}^+\}$$

と定義する。$\underline{D}$を2^n個の異なる要素より成る集合$\{a_x \mid x \subset \Omega\}$とし，各$X \subset \Omega$に対して，$(\Omega, \underline{D})$上のタプル$\mu_x$を

$$\mu_x(A) = \begin{cases} a_x & \text{if } A \in X^* \\ \perp & \text{otherwise} \end{cases}$$

と定義する。$(\Omega, \underline{D})$上の関係$\underline{r}$を

$$\underline{r} = \{\mu_x \mid x \subset \Omega\}$$

と定義する。$\underline{r}$は明らかに$\mathcal{E}^+$を満足する。$f : X \overset{\sim}{\to} Y \notin \mathcal{E}^+$と

し，$\underline{r}$ が $X \overset{e}{\to} Y$ を満足すると仮定する。$X \to X^* \in \mathcal{E}^+$ であるから，$Y - X^* \neq \phi$ である。$B \in Y - X^*$ とすると，$\underline{r}$ が $X \overset{e}{\to} Y$ を満足するなら $X \overset{e}{\to} B$ も満足する。よって，

$$\exists A \in X, \ \forall \mu \in \underline{r} \quad \mu(A) \neq \bot \supset \mu(B) \neq \bot$$

が成立する。これを書き換えると，

$$\exists A \in X, \ \forall \mu \in \underline{r} \quad \mu(B) = \bot \supset \mu(A) = \bot$$

となる。ところが $\mu_x \in \underline{r}$ は，$B \notin X^*$ より $\mu_x(B) = \bot$ であり，かつ任意の $A \in X$ に対して，$\mu_x(A) = a_x$ である。これは矛盾である。よって，$\underline{r}$ は f を満足しない。　　　（証明終り）

自然従属関係は，以上の FD1～3，MVD0～2，FD-MVD1～2，ED1～3 に公理 nFD，nMVD を付加した公理系を満たす。

nFD．　$X \Rightarrow Y$　iff　$(X \to Y) \wedge (\forall A \in Y \ \ A \overset{e}{\to} X)$.

nMVD　$X \Rrightarrow Y$　iff　$(X \twoheadrightarrow Y) \wedge (\forall A \in Y \ \ A \overset{e}{\to} X)$.

<u>定理4.3</u>

FD1～3，MVD0～2，FD-MVD1～2，ED1～3，nFD，nMVD から成る公理系は，自然従属関係に関する完全な公理系であ

る。

(証明).

ΓをΩにおけるnFD, nMVDの任意の集合とし, Γ_0, Γ_1を,

$$\Gamma_0 = \{X \to Y \mid X \Rightarrow Y \in \Gamma\} \cup \{X \twoheadrightarrow Y \mid X \Rrightarrow Y \in \Gamma\}$$
$$\Gamma_1 = \{A \leftrightarrows X \mid (X \Rightarrow Y \in \Gamma \vee X \Rrightarrow Y \in \Gamma) \wedge A \in Y\}$$

と定義する. ED 1~3を用いてΓ_1より推論されるEDの集合をΓ_1^+で表わし, 残りの公理を用いてΓ_0より推論されるFD, MVDの集合をΓ_0^+で表わす. Γから推論されるすべての自然従属関係をΓ^+で表わす. 公理系の完全性は, Γ^+に含まれるすべてのnFD, nMVDを満足し, $f \notin \Gamma^+$なるいかなる自然従属関係f: $X \Rightarrow Y$ (or $X \Rrightarrow Y$)に対しても, $X \to Y$ (or $X \twoheadrightarrow Y$)が成り立たないか, $B \in Y$が存在して$B \leftrightarrows X$が成り立たないような$(\Omega, \underline{D})$上の関係$\underline{r}$が常に存在することを示すことによって証明される。

FD 1~3, MVD 0~2, FD-MVD 1~2がFD, MVDについての完全な公理系であることはBeeri等によって既に証明がなされている。[1] よって, Ω上の任意のΓに対して, Γ_0^+に含まれるすべてのFD, MVDを満足し, $f \notin \Gamma_0^+$なるいかなる従属関係をも満足しない関係の例R_0を構成することができる。この構成に用いるすべての値の集合をD_0で表わす. 各$X \subset \Omega$に対して, a_X

をD_0に含まれない値とし，Ωの要素数nに対して，2^n個の互いに異なる値から成る集合$\underline{D}_1 = \{a_X \mid X \subset \Omega\}$を定義する。$(\Omega, \underline{D}_1)$上の関係$\underline{r}_1$を定理4.2の証明中に示された構成手続きに従って構成する。

$\underline{D}$を$D_0 \cup \underline{D}_1$とし，$(\Omega, \underline{D})$上の関係$\underline{r}$を

$$\underline{r} = R_0 \cup \underline{r}_1$$

と定義する。

$X \Rightarrow Y \ (X \twoheadrightarrow Y) \in \Gamma^+$のとき，

$$R_0 \ \text{sat} \ X \rightarrow Y \quad (X \twoheadrightarrow Y)$$

は明らかであり，$X \Rightarrow Y \ (X \twoheadrightarrow Y) \in \Gamma^+$より，

$$\forall A \in Y \qquad A \overset{e}{\rightarrow} X \in \Gamma_1^+$$

であるから，

$$\forall A \in Y \ \forall Z \ni A \qquad X \subset Z^*$$

となって，任意の$\mu_Z(A) \neq \perp$なる$\mu_Z \in \underline{r}_1$に対して，どの$B \in X$に対しても$\mu_Z(B) = \mu(A)$となり，よって，

$$\underline{r}_1 \ \text{sat} \ X \rightarrow A$$

が任意の $A \in Y$ に対して満たされる．よって，

$$\underline{r}_1 \ \text{sat} \ X \to Y$$

が成立する．したがって，$X \Rightarrow Y$ $(X \twoheadrightarrow Y) \in \Gamma^+$ であれば，

$$\underline{r} \ \text{sat} \ X \to Y \ (X \twoheadrightarrow Y)$$

が成立する．一方，$X \Rightarrow Y$ $(X \twoheadrightarrow Y) \in \underline{\Gamma}^+$ であれば，$\underline{r}_1$ は
その構成法より，

$$\forall A \in Y \ \ \underline{r}_1 \ \text{sat} \ A \xrightarrow{e} X$$

を満たし，R_0 には $\perp$ が現われないので，

$$\forall A \in Y \ \ R_0 \ \text{sat} \ A \xrightarrow{e} X$$

を満たす．したがって，

$$\forall A \in Y \ \ \underline{r} \ \text{sat} \ A \xrightarrow{e} X$$

となり，これらより，$X \Rightarrow Y$ $(X \twoheadrightarrow Y) \in \Gamma^+$ であれば，

$$r \ \text{sat} \ X \Rightarrow Y \ (X \twoheadrightarrow Y)$$

が成立することがいえた．

f を $X \Rightarrow Y$ $(X \twoheadrightarrow Y) \notin \Gamma^+$ なる自然従属関係とし，r が

fを満たさないことを示す。$f \notin \Gamma^+$であるから，$X \rightarrow Y$ $(X \twoheadrightarrow Y) \notin \Gamma_0^+$か，$\exists A \in Y \ \ A \overset{e}{\rightarrow} X \notin \Gamma_1^+$のいずれかが成立する。$X \rightarrow Y \ (X \twoheadrightarrow Y) \notin \Gamma_0^+$とすると，$R_0$の構成法より，

$$\neg \left(R_0 \ \mathrm{sat} \ X \rightarrow Y \ (X \twoheadrightarrow Y) \right)$$

がいえ，$\exists A \in Y \ \ A \overset{e}{\rightarrow} X \notin \Gamma_1^+$であれば，$X \notin A^*$となり，$\underline{r}_1$の構成法から，

$$\neg \left(\underline{r}_1 \ \ \mathrm{sat} \ \ A \overset{e}{\rightarrow} X \right)$$

となる。よって，$f \notin \Gamma^+$であれば，

$$\neg \left(\underline{r} \ \ \mathrm{sat} \ \ f \right)$$

がいえる。よって公理系は自然従属関係に関して完全である。

（証明終り）

この定理の証明は，自然従属関係の集合Γが与えられたとき，Γ^+を求める手続きを示唆している。

<u>Algorithm</u>

(1)　Γより，Γ_0とΓ_1を求める。

(2)　FD，MVDに関する公理系を用いてΓ_0^+を求める。

(3) EDに関する公理系を用いてΓ_1^+を求める。

(4) Γ^+を

$$\Gamma^+ = \{X \Rightarrow Y \mid (X \to Y \in \Gamma_0^+) \wedge (\forall A \in Y \;\; A \xrightarrow{e} X \in \Gamma_1^+)\}$$
$$\cup \{X \twoheadrightarrow Y \mid (X \twoheadrightarrow Y \in \Gamma_1^+) \wedge (\forall A \in Y \;\; A \xrightarrow{e} X \in \Gamma_1^+)\}$$

によって求める。

ステップ(2)は，従来の従属関係に関する研究の1つとして，既に多くの研究者によって研究されているが，たとえば，Γ_0^+の正準表現を用いる著者の方法[3]を用いればよい。この方法を以下に示す。ステップ(3)は本質的にはFDの閉包の計算に他ならないから，たとえば著者の方法[2]が用いられる。

$\{X, Y_0, Y_1, \cdots, Y_n\}$が$\Omega$の分割であるとき，

$$X : [Y_0]\, Y_1 \mid Y_2 \mid \cdots \mid Y_n$$

で，集合

$$\{\forall A \in Y_0 \;\; X \to A,\; X \twoheadrightarrow Y_1,\; X \twoheadrightarrow Y_2, \cdots, X \twoheadrightarrow Y_n\}$$

を表わす。集合$\widetilde{\Gamma_0^+}$を

$$X : [Y_0]\, Y_1 \mid Y_2 \mid \cdots \mid Y_n \in \widetilde{\Gamma_0^+}$$

iff $\Gamma_0 \vdash X : [Y_0]\, Y_1 \mid Y_2 \mid \cdots \mid Y_n$

and

$\neg\ {}^{\exists}\bar{U} : [V_0]\, V_1 \mid V_2 \mid \cdots \mid V_m$

s.t. $\big(\Gamma \vdash \bar{U} : [V_0]\, V_1 \mid V_2 \mid \cdots \mid V_m$

and

$\bar{U} : [V_0]\, V_1 \mid V_2 \mid \cdots \mid V_m \vdash X : [Y_0]\, Y_1 \mid Y_2 \mid \cdots \mid Y_n \big)$

と定義する。

このような $\bar{\Gamma}_0^+$ は Γ_0^+ の最小表現になる訳であるが、$\bar{\Gamma}_0^+$ は以下の推論規則

$$\text{rule} : X : [Y_0]\, Y_1 \mid Y_2 \mid \cdots \mid Y_n,\ U : [V_0]\, V_1 \mid V_2 \mid \cdots \mid V_m$$
$$\vdash W : [Z_0]\, Z_1 \mid Z_2 \mid \cdots \mid Z_m \mid Z_{m+1}$$

where

$$\bar{W} = X \cup (Y_i \cap \bar{U})$$
$$Z_0 = Y_0 \cup (Y_i \cap V_0) - \bar{W}$$
$$Z_j = Y_i \cap V_j \quad \text{for} \quad 1 \le j \le m$$
$$Z_{m+1} = \Omega - \bar{W} - \bigcup_{0 \le j \le m} Z_j$$

と、次の性質

$$\text{property} : \Gamma \vdash \bar{U} : [\bar{V}_0]\, V_1 \mid \cdots \mid V_m \vdash X : [Y_0]\, Y_1 \mid \cdots \mid Y_n$$
$$\text{iff} \quad (\bar{U} \subseteq X) \wedge (\bar{V}_0 \supseteq Y_0)$$

$$\wedge\ (\forall i\ \exists I \subset \{0, 1, \cdots, m\}$$
$$X \cup Y_i = \bar{U} \cup (\cup_{j \in I} V_j))$$

を用いればよい。

例題 4.1.

$$\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q\}$$

$$\Gamma = \{G \Rightarrow DK,\ AC \Rightarrow OP,\ H \Rightarrow AB,\ AB \twoheadrightarrow CDEFGKLM,\ C \twoheadrightarrow DEFGKN,\ D \twoheadrightarrow AHKLN,\ F \twoheadrightarrow ABG,\ I \twoheadrightarrow JQ\}$$

に対し、Γ_0, Γ_1, $\widetilde{\Gamma_0}^+$, Γ_1^+, Γ^+ を求める。

$$\Gamma_0 = \{G \to DK,\ AC \to OP,\ H \to AB,\ AB \twoheadrightarrow CDEFGKLM,\ C \twoheadrightarrow DEFGKN,\ D \twoheadrightarrow AHKLN,\ F \twoheadrightarrow ABG,\ I \twoheadrightarrow JQ\}$$

$$\Gamma_1 = \{D \overset{e}{\to} G,\ K \overset{e}{\to} G,\ O \overset{e}{\to} AC,\ P \overset{e}{\to} AC,\ A \overset{e}{\to} H,\ B \overset{e}{\to} H,\ C \overset{e}{\to} AB,\ D \overset{e}{\to} AB,\ E \overset{e}{\to} AB,\ F \overset{e}{\to} AB,\ G \overset{e}{\to} AB,\ K \overset{e}{\to} AB,\ L \overset{e}{\to} AB,\ M \overset{e}{\to} AB,\ D \overset{e}{\to} C,\ E \overset{e}{\to} C,\ F \overset{e}{\to} C,\ G \overset{e}{\to} C,\ K \overset{e}{\to} C,\ N \overset{e}{\to} C,\ A \overset{e}{\to} D,\ H \overset{e}{\to} D,\ K \overset{e}{\to} D,\ L \overset{e}{\to} D,\ N \overset{e}{\to} D,\ A \overset{e}{\to} F,\ B \overset{e}{\to} F,\ G \overset{e}{\to} F,\ J \overset{e}{\to} I,\ Q \overset{e}{\to} I\}$$

$\tilde{\Gamma}_0^+$: G : [ABDKOP] H | L | N | IJQ | CEFM

H : [ABOP] N | IJQ | CDEFGKLM

AB : [OP] H | N | IJQ | CDEFGKLM

C : [ABOP] H | N | IJQ | DEFGK | L | M

D : [ABKOP] H | L | N | IJQ | CEFGM

F : [ABDKOP] G | H | L | N | IJQ | CEM

I : JQ | ABCDEFGHKLMNOP

Γ_1^+ : $A^* = B^* = C^* = D^* = F^* = G^* = H^* = ABCDFGH$

$E^* = ABCDEFGH$, $I^* = I$, $J^* = IJ$,

$K^* = ABCDFGHK$, $L^* = ABCDFGHL$

$M^* = ABCDFGHM$ $N^* = ABCDFGHN$

$O^* = ABCDFGHO$ $P^* = ABCDFGHP$

$Q^* = IQ$

Γ^+ : $G \Rightarrow ABDKOP$, $G \twoheadrightarrow H$, $G \twoheadrightarrow L$, $G \twoheadrightarrow N$, $G \twoheadrightarrow CEFM$

$H \Rightarrow ABOP$, $H \twoheadrightarrow N$, $H \twoheadrightarrow CDEFGKLM$.

$AB \Rightarrow OP$, $AB \twoheadrightarrow H$, $AB \twoheadrightarrow N$, $AB \twoheadrightarrow CDEFGKLM$

$C \Rightarrow ABOP$, $C \twoheadrightarrow H$, $C \twoheadrightarrow N$, $C \twoheadrightarrow DEFGK$, $C \twoheadrightarrow L$,

$C \twoheadrightarrow M$

$D \Rightarrow ABKOP$, $D \twoheadrightarrow H$, $D \twoheadrightarrow L$, $D \twoheadrightarrow N$, $D \twoheadrightarrow CEFGM$

$F \twoheadrightarrow ABDKOP$, $F \twoheadrightarrow G$, $F \twoheadrightarrow H$, $F \twoheadrightarrow L$, $F \twoheadrightarrow N$,

$$F \twoheadrightarrow CEM,$$
$$I \twoheadrightarrow JQ.$$

別の興味ある例を示す。

<u>例題 4.2.</u>

$$\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$$
$$\Gamma = \{A \Rightarrow B,\ AC \Rightarrow DE,\ DF \Rightarrow G,\ G \Rightarrow F,\ D \Rightarrow H\}$$
$$\Gamma_0^+ = \{A \to AB,\ AC \to ABCDEH,\ DF \to DFGH,$$
$$G \to GF,\ D \to DH\}$$
$$\Gamma_1^+ = \{A \xrightarrow{e} A,\ B \xrightarrow{e} AB,\ C \xrightarrow{e} C,\ D \xrightarrow{e} ACD,$$
$$E \xrightarrow{e} ACE,\ F \xrightarrow{e} ACDFG,\ G \xrightarrow{e} ACDFG,$$
$$H \xrightarrow{e} ACHD\}$$
$$\Gamma^+ = \{A \Rightarrow AB,\ AC \Rightarrow DEH,\ DF \Rightarrow FG,\ G \Rightarrow GF,$$
$$D \Rightarrow DH\}$$

この例では、$AC \to ABC$ であるが、$AC \not\twoheadrightarrow A$, $AC \not\twoheadrightarrow B$, $AC \not\twoheadrightarrow C$ である。

<u>例題 4.3</u>

$\Omega = \{$emp, secretary, driver, salary, type-speed, licence #}

とする。secretary も driver も emp(loyee) であるから、これらと emp の間に意味的な包含関係が存在する。自然従属関係を用いた解析では、このような意味的包含関係が、FDを用いて、

$$\text{emp} \Rightarrow \text{secretary}, \quad \text{emp} \Rightarrow \text{driver}$$

と考えればよい。よって、このデータベースにおける自然従属関係は、

$$\text{emp} \Rightarrow \text{salary}, \text{secretary}, \text{driver},$$
$$\text{secretary} \Rightarrow \text{type.speed},$$
$$\text{driver} \Rightarrow \text{licence}\#$$

となる。

5. 関係の分解と更新

(Ω, D)上の半関係 r が、$X, Y \subset \Omega$ に対して、

$$r \text{ sat } X \Rightarrow Y$$

or

$$r \text{ sat } X \Rrightarrow Y$$

ならば，定理4.1により，rは，$[X(\Omega-Y)]r$と$[XY]r$の2つの半関係に分解でき，

$$\underline{r} = [X(\Omega-Y)]\underline{r} \triangleright [XY]\underline{r}$$

が成り立つ。与えられたΓに対し，Γ^{+}を求め，自然従属関係について正規形の半関係への分解を行うことができる。

<u>例題5.1</u>

例題4.2に対しては，

$$\begin{tikzcd} & \underline{ACG} \arrow[dl] \arrow[d] \arrow[dr] & \\ \underline{A}B & \underline{AC}DE \arrow[d] & \underline{G}F \\ & \underline{D}H & \end{tikzcd}$$

のように分解できる。例題4.3は，

$$\begin{tikzcd} & \{\underline{\text{emp}},\ \text{salary}\ (,\ \text{secretary},\ \text{driver})\} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \{\underline{\text{secretary}},\ \text{type-speed}\} & & \{\underline{\text{driver}},\ \text{licence \#}\} \end{tikzcd}$$

と分解できる。

従来，スキーマの分解を行うと，図1に示したように，更新の際に種々の問題が生じた．図1において，B→Cのかわりに B⇒C が指定されているとすると，“B='c'でC='e'なる情報の削除”は同図(c)のようになり，第2例の“Bの値'c'の消去”は，それに対応するCの値をも消去しないと B⇒C の条件に抵触する．よって，同図(f)のような更新は生じ得ない．

図1のようなデータベース $r(A,B,C)$ を，B→C や B⇒C によって $r_1(A,B)$ と $r_2(B,C)$ に分解すると，ビュー更新問題と呼ばれる別の問題が生じる．たとえば，この場合に，ビューとして，AとCの間の関係のみを考え，このビューに，A='a'でC='c'なる情報を付加する場合を考えてみよう．これは，ビューに対する更新であるが，この更新を基底関係である r_1，r_2 に対するどのような更新に写像すればよいかという問題がビュー更新問題である．基底関係を更新するためにはB属性の値を定めなければならないが，この場合にはBの値が与えられていない．ビュー更新問題は，データベースにおける困難な問題の1つとして，理論家の興味をひいているが，著者自身は，データベースの設計が正しくなされるならば，ビュー更新問題は生じ得ないと考える．この例の場合，自然従属関係のみを用いて設計がなされたとすると，r_1，r_2

への分解は，$B \Rightarrow C$ か $B \twoheadrightarrow C$ を用いてなされたものであり，したがって，$C \xrightarrow{e} B$ となって，$A='a'$ で $C='c'$ なる情報が新しく与えられる場合には，$C \xrightarrow{e} B$ によって，それに対する B の値も同時に与えられる筈である．したがって，r_1，r_2 に対する更新は一意に定まる。

6．おわりに

本稿では，データベースの設計論における理論と実際のギャップが，汎関係の存在を仮定する点にあることを示し，汎関係のかわりに汎半関係を考え，この拡張に伴って，従属関係も自然従属関係へと拡張した。自然従属関係は，対応する従属関係の条件に加え，右辺に現れるいづれかの属性の値が与えられているようなタプルは，左辺に現われるすべての属性の値も与えられているという一種の存在従属関係の条件を課したものである．本稿では，自然従属関係についての完全な公理系を与え，その完全性を証明し，与えられた自然従属関係の集合より，その閉包を計算するアルゴリズムを示した．最後に，自然従属関係を用いたデータベース設計について述べ，自然従属関係による半関係の分解によるデータベース設計では，近年多くの研究者の頭を悩ませたビュー更新問題は

生じ得ないことを示した。

参考文献

(1). C. Beeri et al, SIGMOD 1977, pp. 47-61.

(2). Y. Tanaka et al, VLDB 1977, pp. 454-461.

(3). Y. Tanaka, in "Data Base Architecture" North-Holland, 1979, pp. 297-316.